

BEDENKING OVER BEDUIDENDE CIJFERS

Probleem:

* Meting 1 (maatbeker met nauwkeurigheid ± 1 ml, weegschaal met nauwkeurigheid ± 1 g):
11ml (=11cm³) van een vloeistof weegt 13g --> dichtheid $\rho = 13/11 = 1.181818\dots$ g/cm³.

Afronding volgens vuistregels (bij vermenigvuldigen of delen, neem kleinst aantal beduidende cijfers van alle meetgegevens, hier 2): 1.2 g/cm³.

* Meting 2 (zelfde maatbeker en weegschaal):

77 ml weegt 91g --> $\rho = 91/77 = 1.181818\dots$ g/cm³

Afronding volgens vuistregels: weer 1.2 g/cm³, hoewel men toch aanvoelt dat deze meting nauwkeuriger zou moeten zijn, want procentueel is de fout op beide meetgegevens hier veel kleiner (1/77 en 1/91 t.o.v. 1/11 en 1/13).

Hoe een idee krijgen van de echte nauwkeurigheid?

Bij meting 1 kunnen we in geval van de ergste afleesfouten een dichtheid bekomen van 14/10=1.4 of 12/12=1.0, wat dus betekent dat onze dichtheid $\rho = 1.2 \pm 0.2$.

Bij meting 2 wordt dat 92/76=1.2105..., of 90/78=1.1538..., dus $\rho = 1.18 \pm 0.03$.

Ons vuistregeltje geeft voor beide gevallen dezelfde nauwkeurigheid voor de dichtheid: 0.1, wat dus bij de eerste meting te optimistisch is en bij de tweede veel te pessimistisch.

Statistisch gezien is het natuurlijk onwaarschijnlijk dat tegelijk de massa zo erg te groot wordt afgelezen, én het volume zo veel te klein. Vandaar dat men een betere schatting van de nauwkeurigheid van de berekende dichtheid kan berekenen, gebaseerd op statistische wetmatigheden (mogelijke afwijkingen zijn "normaal verdeeld"):

Meting 1:

$$\frac{s_\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{s_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{s_m}{m}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{11}\right)^2 + \left(\frac{1}{13}\right)^2} = 0.1407\dots \approx 11.9\%$$

Meting 2:

$$\frac{s_\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{1}{77}\right)^2 + \left(\frac{1}{91}\right)^2} = 0.01701\dots \approx 1.7\%$$

(met s: absolute fout, V: volume, m: massa)

In het eerste geval is de absolute fout op ρ dus $1.1818 \cdot 11.9\% = 0.14\dots$, en in het tweede: $1.1818 \cdot 1.7\% = 0.020\dots$, wat toch een serieus verschil is. Merk op dat beide kleiner zijn dan onze "ergste schattingen".

Gebruikelijke wetenschappelijke notatie:

meting 1: $\rho = 1.18 \pm 0.14$ g/cm³

meting 2: $\rho = 1.182 \pm 0.020$ g/cm³

(absolute fout met 2 beduidende cijfers en resultaat evenveel cijfers na de komma als de fout)

(K. Van de moortel - www.astrovdm.com/schoolinfo.htm)